

$$A - D_{150} = \{1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 25 ; 30 ; 50 ; 75 ; 150\}$$

B- Parmi les nombres suivants, entoure ceux qui sont premiers ;
pour les autres, justifie ta réponse :

11 ; **13** ; **17** ; **19** ; 21 ; **23** ; **47** ; 49 ; 51 ; **53** ; 65 ; 201

Les autres ne sont pas premiers car divisibles par :

$$21 \rightarrow 3 \text{ (et 7)}$$

$$49 \rightarrow 7$$

$$51 \rightarrow 3$$

$$65 \rightarrow 5$$

$$201 \rightarrow 3$$

C- Calcule :

$$\begin{aligned} 4 \cdot 5 - 50 + 5 &= 20 - 50 + 5 \\ &= (-30) + 5 = \mathbf{(-25)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12 - 24 : 4 \cdot 3 &= 12 - 6 \cdot 3 \\ &= 12 - 18 = \mathbf{(-6)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{49} \cdot 5 - 10 : 5 &= 7 \cdot 5 - 10 : 5 \\ &= 35 - 2 = \mathbf{33} \end{aligned}$$

$$(-2) - 1 = \mathbf{(-3)}$$

$$(-4) \cdot (-5) = \mathbf{(+20)}$$

$$(-3) - (+5) = (-3) + (-5) = \mathbf{(-8)}$$

$$(-3) \cdot 6 = \mathbf{(-18)}$$

$$2 - 4 = \mathbf{(-2)}$$

$$(-3) - (-3) = (-3) + (+3) = \mathbf{0}$$

$$(+6) : (-300) = \mathbf{(-0,02)}$$

$$-5 + 3 - (-7) - 100 + (-30) = \mathbf{(-125)}$$

$$\begin{aligned} 25 \cdot 4 : 10 \cdot 2 &= 100 : 10 \cdot 2 \\ &= 10 \cdot 2 = \mathbf{(+20)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8 - 10 - 3 \cdot 2 &= 8 - 10 - 6 \\ &= (-2) - 6 = \mathbf{(-8)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot (120 - 5^3) &= 2 \cdot (120 - 125) \\ &= 2 \cdot (-5) = \mathbf{(-10)} \end{aligned}$$

$$(-1) - (-4) = (-1) + (+4) = \mathbf{(+3)}$$

$$(+4) - (-1) = 4 + 1 = \mathbf{(+5)}$$

$$(+7) + (-2) = \mathbf{(+5)}$$

$$(-7) + (+3) = \mathbf{(-4)}$$

$$-630 : (-7) = \mathbf{(+90)}$$

$$(-2) + 2 = \mathbf{0}$$

$$(-3) \cdot (-2) \cdot (+5) \cdot (-7) = \mathbf{(-210)}$$

D - Décompose les nombres suivants en produit de facteurs premiers (dfp) :

$$450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \quad 490 = 2 \cdot 5 \cdot 7^2 \quad 72'000 = 2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \quad 128 = 2^7$$

E - Qu'on distribue les cartes d'un jeu 4 par 4 ; 5 par 5 ou 6 par 6 ; il en reste toujours une.

Combien y a-t-il de cartes dans ce jeu ? Est-ce la seule possibilité ?

Imaginons que l'on mette de côté une carte de ce jeu.

Si on distribuait ensuite les cartes 4 par 4, il en resterait 0. Autrement dit, le nombre de cartes serait alors un multiple de 4.

De même le nombre de cartes est aussi un multiple de 5 et de 6.

$$\text{ppmc}(4 ; 5 ; 6) = 60$$

Ainsi, sans la carte mise de côté, il y a probablement 60 cartes dans ce jeu, ou peut-être 120 (ou 180, etc.)

Reprenons maintenant la carte mise de côté.

On conclut maintenant qu'il y a **probablement 61 cartes dans ce jeu.**

Ce n'est pas la seule possibilité, il pourrait aussi y en avoir 121 ou 181 etc.

F - Donnés : $17'986 = 2 \cdot 17 \cdot 23^2$; $874 = 2 \cdot 19 \cdot 23$ et $1'573 = 11^2 \cdot 13$;

Calculons encore les décomposition suivantes :

$$\underline{189} = 9 \cdot 21 = \underline{3^3 \cdot 7} \quad ; \quad \underline{54} = 6 \cdot 9 = \underline{2 \cdot 3^3} \quad ; \quad \underline{45} = 9 \cdot 5 = \underline{3^2 \cdot 5} \quad ; \quad \underline{120} = \underline{2^3 \cdot 3 \cdot 5}$$

$$\underline{69} = \underline{3 \cdot 23} \quad ; \quad \underline{242} = 2 \cdot 121 = \underline{2 \cdot 11^2}$$

$$\text{pgdc}(874 ; 17'986) = 2 \cdot 23 = \mathbf{46}$$

$$\text{pgdc}(17'986 ; 69) = \mathbf{23}$$

$$\text{pgdc}(189 ; 54) = 3^3 = \mathbf{27}$$

$$\text{pgdc}(1'573 ; 874) = \mathbf{1}$$

$$\text{ppmc}(45 ; 120) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = \mathbf{360}$$

$$\text{ppmc}(1573 ; 242) = 2 \cdot 11^2 \cdot 13 = \mathbf{3'146}$$

- G –**
- 1) L'empire romain dura **503 ans**. *
 - 2) Tibère a vécu **79 ans**. *
 - 3) **6 ans** se sont écoulés entre le mariage de Tibère et la naissance de son fils.
 - 4) Tibère avait **28 ans** lorsqu'il devint papa.
 - 5) Tibère avait **56 ans** lorsqu'il devint empereur. *
 - 6) Le règne de Tibère dura **23 ans**. *
 - 7) Le règne d'Auguste (1^{er} empereur de Rome) va du début de l'empire romain (-27) au début du règne de Tibère (2^{ème} empereur de Rome) en (+14).
Le règne d'Auguste dura donc **41 ans**. *

** Note : Comme il n'y a pas eu d'an 0, il serait plus correct de retrancher une année à ces réponses. Toutefois, les deux réponses seraient usuellement acceptées pour ce type d'exercice.*

H - La salle fait 874 cm par 690 cm.

Pas de découpe → la longueur d'un carreau est un diviseur des dimensions de la salle.

$$874 = 2 \cdot 19 \cdot 23 \text{ (donné avant l'exercice F)}$$

$$690 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 23$$

$$\text{pgdc}(874 ; 690) = 2 \cdot 23 = 46$$

On pourrait donc utiliser des carreaux de **23 cm** ou éventuellement des dalles de **46 cm**.

I - Comme le parallélépipède rectangle est plein, le produit du nombre de cubes constituant ses dimensions vaut 2001.

On voit immédiatement que 2001 est divisible par 3. On calcule donc $2001 : 3 = 667$

Elle aurait pu former un parallélépipède rectangle avec :

3 cubes dans sa largeur ; 667 cubes dans sa longueur et 1 cube dans sa hauteur.

Mais alors, tous les cubes auraient été visible...

(Idem avec un parallélépipède rectangle de $1 \times 1 \times 2001$)

On en déduit que 667 ne doit pas être premier, et on en recherche un diviseur.

$667 : 7 \rightarrow$ reste 2 dans la division euclidienne $667 : 11 \rightarrow$ reste 7 $667 : 13 \rightarrow$ reste 4

$667 : 17 \rightarrow$ reste 4 $667 : 19 \rightarrow$ reste 2 $667 : 23 \rightarrow$ reste 0 $\rightarrow 667 = 23 \cdot 29$

$\rightarrow 2001 = 3 \cdot 23 \cdot 29$

Sofia a donc forcément construit un parallélépipède rectangle de $3 \times 23 \times 29$ cubes.

Si ce parallélépipède est « posé sur sa face de 3×29 cubes », alors la majorité des cubes sont visibles, puisque les deux faces de 23×29 cubes les sont. Idem pour la face de 3×23 cubes.

Ainsi, ce parallélépipède est forcément « posé sur sa face 23×29 » cubes.

Sont alors visibles : une face de 23×29 cubes ; les deux faces de 3×23 cubes et les deux faces de 3×29 cubes.

Mais il faut veiller à ne compter qu'une seule fois les cubes des arêtes, qui apparaissent dans plusieurs faces.

Une manière correcte de compter est la suivante : $23 \cdot 29 + 2 \cdot (2 \cdot 29) + 2 \cdot (2 \cdot 21) = 867$.

Il y a **867 cubes** visibles.