

A - L'hypoténuse d'un triangle rectangle isocèle mesure 10 cm.

Calcule l'aire de ce triangle.

On peut utiliser la trigonométrie : Triangle rectangle isocèle → angle de 45°

Appelons c la longueur d'un cathète et hy celle de l'hypoténuse :

$$\cos 45^\circ = \frac{c}{hy} \rightarrow c = hy \cdot \cos 45^\circ = 10 \cdot \cos 45^\circ = \sim 7,07 \text{ cm}$$

$$\text{Aire du triangle} = \frac{c \cdot c}{2} = \mathbf{25 \text{ cm}^2} \quad \text{L'aire est de } \mathbf{25 \text{ cm}^2}$$

B - Pour un voyage, on t'indique que les deux tiers se font en train et 32 % en bateau.
Les 5 km restants se font à pied.

Quelle est la longueur totale du trajet ?

$$1 - \frac{2}{3} - \frac{32}{100} = \frac{300}{300} - \frac{200}{300} - \frac{96}{300} = \frac{4}{300}$$

$$\frac{4}{300} \leftrightarrow 5 \text{ km}$$

$$\frac{1}{300} \leftrightarrow 5 : 4 = 1,25 \text{ km}$$

$$\frac{300}{300} \leftrightarrow 1,25 \cdot 300 = \mathbf{375 \text{ km.}} \quad \text{Le trajet fait } \mathbf{375 \text{ km}}$$

C -

Résous :
$$\frac{9x}{20} - 3 = \frac{7-x}{12}$$

$$\frac{27x}{60} - \frac{180}{60} = \frac{35-5x}{60}$$

$$27x - 180 = 35 - 5x$$

$$32x = 215$$

$$x = 215 / 32$$

$$\mathbf{S = \left\{ \frac{215}{32} \right\}}$$

Calcul : Mise au même dénominateur

$$\cdot 60$$

$$+ 5x + 180$$

$$: 32$$

D - On paie 70 % du prix du initial. 70 % de 529 = $\frac{70}{100} \cdot 529 = 370,30 \text{ CHF}$

Le nouveau prix est de 370,40 CHF

E - $f - a + s = 2$ $E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

1) $A = \frac{GB + pb}{2} \cdot h$ $\cdot 2$

$2A = (GB + pb) \cdot h$ $: h$

$2A : h = GB + pb$ $- pb$

$\frac{2A}{h} - pb = GB$

2) $f - a + s = 2$ $+ a$

$f + s = 2 + a$ $- f$

$s = 2 + a - f$

3) $f - a + s = 2$ $- f - s$

$- a = 2 - f - s$ $\cdot (-1)$

$a = (-2) + f + s$

4) $m = \frac{2E}{v^2}$

5) $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$

F - $v = d/t \rightarrow t = d/v$

Première moitié $\rightarrow t = 20 / 100 = 0,2$ h

Deuxième moitié $\rightarrow t = 20 / 50 = 0,4$ h

Temps total $\rightarrow 0,2 + 0,4 = 0,6$ h

vitesse moyenne = $d / t = 40 / 0,6 = \sim 66,67$ km/h

Sa vitesse moyenne est d'environ 66,67 km/h

G - Masse d'une pièce de 2F $\rightarrow (1450 - 1417) : 3 = 11$ g pièce de 5F $\rightarrow 28$ g

On définit $x \rightarrow$ nombre de pièces de 2F $y \rightarrow$ nombre de pièces de 5F

« Deux fois plus de pièces de 2F que de 5F » $\rightarrow x = 2y$

Masse de toutes les pièces $\rightarrow 11x + 28y = 1450$ g

On résout le système, par exemple en substituant x par $2y$:

$$11(2y) + 28y = 1450 \rightarrow 22y + 28y = 1450 \rightarrow 50y = 1450$$

$$\rightarrow y = 29$$

$$x = 2y \rightarrow x = 2 \cdot 29 \rightarrow x = 58$$

Il y a 58 pièces de 2F, ce qui vaut 116 F. Il y a 29 pièces de 5F, valant 145F.

1) La tirelire contenait donc 261 F.

$$\rho = m / V \rightarrow V = m / \rho = 11 / 7 = \sim 1,5714 \text{ cm}^3 \quad (\text{pièce de 2F})$$

$$V_{\text{cylindre}} = A_{\text{disque}} \cdot h \rightarrow 1,5714 = \pi \cdot r^2 \cdot 0,4 \quad (4 \text{ mm} = 0,4 \text{ cm})$$

$$\rightarrow 1,5714 : (\pi \cdot 0,4) = r^2$$

$$\rightarrow 1,2505 = r^2$$

$$\rightarrow r = \sqrt{1,2505} = \sim 1,12 \text{ cm} \quad \rightarrow d = \sim 2,24 \text{ cm}$$

Même démarche pour l'autre pièce, en prenant 28g à la place de 11g.

2) La pièce de 2F a un diamètre de 2,24 cm et celle de 5F de 3,57 cm

- H** - De 2000 à 2010, la population d'un village a diminué de 20 %.
De 2010 à 2021, la population a augmenté de 22 %, pour atteindre 366 habitants.

Combien d'habitants y avait-il en 2000 ?

	En habitants	En %
Population en 2010	→ 300	100
Population en 2021	366	122

	En habitants	En %
Population en 2000	→ 375	100
Population en 2010	300	80

Il y avait 375 habitants en 2000.

- I** - On considère un prisme droit de hauteur h et dont la base est un carré de côté c .
On veut que l'aire d'un carrés de la base soit égale au tiers de l'aire totale du prisme.

1) Aire de la base → c^2 Aire d'un des quatres rectangles latéraux → $c \cdot h$

$$\text{Aire totale} = 2 \cdot c^2 + 4 \cdot c \cdot h \quad \text{tiers de l'aire totale} \rightarrow \frac{2c^2 + 4ch}{3}$$

On veut donc :

$$c^2 = \frac{2c^2 + 4ch}{3} \quad \cdot 3$$

$$3c^2 = 2c^2 + 4ch \quad - 2c^2$$

$$c^2 = 4ch \quad : c \quad (\text{on peut se permettre cette étape car on sait que } c > 0)$$

$$c = 4h$$

$$2) \quad 3 \text{ dm}^3 = c \cdot c \cdot h \quad \rightarrow 3 = 4h \cdot 4h \cdot h \quad \rightarrow 3 = 16h^3 \quad \rightarrow 3/16 = h^3$$

$$\rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{3}{16}} = \sim 0,572 \text{ dm} = \sim 5,72 \text{ cm}$$

Les dimensions de ce prisme sont donc de 22,89 cm par 22,89 cm par 5,72 cm.