

Proportionnalité – fiche supplémentaire

Corrigé

- A Un train roule d'abord à 125 km/h pendant 1 heure et 15 minutes.
Il roule ensuite à une vitesse de 80 km/h pendant 48 minutes.

D'abord, en 75 minutes, il a parcouru 156,25 km.

Ensuite, en 48 minutes, il a parcouru 64 km.

En tout, il a donc parcouru 220,25 km en 123 min.

Il a donc une **vitesse moyenne de 107,4 km/h** environ.

Plusieurs manières de faire...

Avec un tableau :

Temps parcouru en minutes	60	75
Distance parcourue en km	125	156,25

Avec la formule : $48 \text{ min} = \frac{48}{60} \text{ h}$ $v = d / t \rightarrow d = v \cdot t = 80 \cdot \frac{48}{60} = \mathbf{64 \text{ km}}$

Passage par l'unité : $123 \text{ min} \leftrightarrow 220,25 \text{ km}$;

$$1 \text{ min} \leftrightarrow 220,25 \cdot \frac{1}{123} \text{ ; } \quad 60 \text{ min} \leftrightarrow 220,25 \cdot \frac{1}{123} \cdot 60 = \sim 107,4 \text{ km}$$

- B Je dois me rendre chez un ami. Je pense faire :
- les 22 km d'autoroute à une vitesse moyenne de 110 km/h
- les 25 km restants à une vitesse moyenne de 50 km/h

Quel serait mon temps de trajet total ?

22 km à une vitesse de 110 km/h \rightarrow 12 minutes de temps de trajet. (méthodes : c.f. A)

25 km à une vitesse de 50 km/h \rightarrow 30 minutes de temps de trajet.

Le temps de trajet total serait de **42 minutes**.

C Le prix d'un jeu vidéo est passé de 80 CHF à 65 CHF.

Quel est le pourcentage de réduction ?

	CHF	%
Prix initial	80	100
Prix final	65	81,25

Ou

	initial	final
Prix en CHF	80	65
Prix « en % »	100	81,25

Ou

$$65 : 80 = 0,8125 \\ = 81,25 \%$$

On a payé 81,25 % ; donc on a bénéficié de **18,75 % de réduction**.

D Profitant d'un rabais de 40 %, j'ai payé un ordinateur 312 CHF.

Quel était son prix initial ?

On a 40 % de rabais, donc on paie 60 % du prix initial :

	« En CHF »	« En % »
Prix initial	520	100
Prix final	312	60

Ou

$$312 : 0,6 = 520$$

Le prix initial était de **520 CHF**.

E L'étain a une masse volumique de 7290 kg/m³

Quelle masse d'étain pourrait contenir un verre de 2 dl ?

$$2 \text{ dl} = 0,2 \text{ l} = 0,2 \text{ dm}^3 = 0,0002 \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \leftrightarrow m = \rho \cdot V \leftrightarrow m = 7290 \cdot 0,0002 = \sim 1,46 \text{ kg} \quad \text{ou} \quad \text{tableau...}$$

Un tel verre pourrait contenir environ **1,46 kg d'étain**.

F Wilhelm, Jeanne, Sonoko et Youssef comparent leurs performances en tir à l'arc.
En 20 tirs, Wilhelm a atteint 13 fois sa cible.
Sonoko a elle réussi 8 fois sur 18 ; tandis que Jeanne a 65 % de réussite.
Enfin, Youssef a touché 12 fois la cible, mais a également raté 15 tirs.

a) Qui a été le plus adroit ? b) Qui a été le moins adroit ?

On peut par exemple comparer les pourcentages de chacun :

$$\frac{13}{20} = \frac{65}{100} \quad \text{Wilhelm est à 65 \% de réussite}$$

Jeanne est à 65 % de réussite.

$$\frac{8}{18} = \frac{4}{9} = 0,\bar{4} = 44,\bar{4} \% \quad \text{Sonoko est } 44,\bar{4} \% \text{ de réussite.}$$

Youssef a tiré 27 fois en tout : $\frac{12}{27} = \frac{4}{9} = 0,\bar{4} = 44,\bar{4} \%$ de réussite.

a) Wilhelm et Jeanne ont été les plus adroits (65 % de réussite)

b) Youssef et Sonoko ont été les moins adroits ($44,\bar{4}$ % de réussite)

G Dominique Gisin regarde sa montre-altimètre juste avant son départ en haut d'une piste de ski ; et juste après son arrivée en bas de la piste.

À son départ, il est 13h 59min 00s ; et elle se trouve à 2315 m d'altitude.

À son arrivée, il est 14h 01min 30s ; et elle se trouve à 1290 m d'altitude.

Chez elle, elle mesure que la piste fait 5,5 cm sur une carte à l'échelle 1 : 80'000.

1 cm sur la carte \leftrightarrow 80'000 cm réels = 800 m

5,5 cm sur la carte \leftrightarrow 800 · 5,5 = 4400 m ou *Tableau...*

a) Dénivelé : 2315 – 1290 = 1025 m

<i>Distance horizontale en m</i>	4400	100
<i>Distance verticale (dénivelé) en m</i>	1025	~ 23,3

La pente de la piste est d'environ 23 %

b) *Méthode approximative :*

Distance parcourue : 4400 m = 4,4 km Temps écoulé : 2,5 min

<i>Distance parcourue en km</i>	4,4	105,6
<i>Temps écoulé en min</i>	2,5	60

Sa vitesse moyenne est d'environ 106 km/h

Méthode plus rigoureuse :

En supposant la pente parfaitement régulière, la distance parcourue correspond à l'hypoténuse d'un triangle rectangle, dont les cathètes font 4400m et 1025m.

Avec le théorème de Pythagore \rightarrow distance parcourue = 4518m environ.

On trouve ainsi une vitesse de 108,4 km/h environ.

Note : Plus la pente est faible, plus l'approximation « distance parcourue = ~ distance horizontale » est acceptable.

H Masse volumique de l'eau liquide : 1000 kg/m^3 Masse volumique de la glace : 920 kg/m^3
 Un glaçon a la forme d'un cube de 2 cm d'arête.

Combien de ml d'eau obtiendrait-on en faisant fondre ce glaçon ?

$$\text{Volume du glaçon} \rightarrow 8 \text{ cm}^3 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ dm}^3 = 8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\text{Masse d'eau dans le glaçon} : \rho = \frac{m}{V} \leftrightarrow m = \rho \cdot V = 920 \cdot 8 \cdot 10^{-6} = 7,36 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$\text{Volume d'eau liquide} : \rho = \frac{m}{V} \leftrightarrow V = \frac{m}{\rho} = 7,36 \cdot 10^{-3} : 1000 = 7,36 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$7,36 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 7,36 \cdot 10^{-3} \text{ dm}^3 = 7,36 \cdot 10^{-3} \text{ l} = \mathbf{7,36 \text{ ml}}$$

On obtiendrait 7,36 ml d'eau en faisant fondre ce glaçon.

Note (avancé) : On remarque qu'on aurait pu faire directement $8 \text{ cm}^3 \cdot \frac{\rho_{\text{glace}}}{\rho_{\text{eau liquide}}}$

Toutefois, il faudrait prouver qu'un tel raccourci est bien correct :

$$\rho_{\text{glace}} = \frac{m}{v_{\text{glace}}} \Leftrightarrow m = v_{\text{glace}} \cdot \rho_{\text{glace}}$$

$$\rho_{\text{eau liquide}} = \frac{m}{v_{\text{eau liquide}}} \Leftrightarrow v_{\text{eau liquide}} = \frac{m}{\rho_{\text{eau liquide}}} = \frac{v_{\text{glace}} \cdot \rho_{\text{glace}}}{\rho_{\text{eau liquide}}}$$

I Je souhaite agrandir un document A4 (21 cm de large),
afin de l'imprimer sur une feuille A3 (environ 30 cm de large).

a) À quel pourcentage dois-je l'agrandir ? (agrandissement des longueurs)

b) De quel pourcentage aura-t-il été agrandi ? (agrandissement des longueurs)

Je souhaite maintenant réduire un document A3 afin de l'imprimer sur une feuille A4.

c) À quel pourcentage dois-je le réduire ? (réduction des longueurs)

d) De quel pourcentage dois-je le réduire ? (réduction des longueurs)

e) De quel pourcentage l'aire du document a-t-elle réduite ?

Dimension d'origine en cm	21	100
Dimension agrandie en cm	30	~ 142,9

a) On doit l'agrandir à **environ 143 %**

b) On doit l'agrandir **d'environ 43 %**

Dimension d'origine en cm	30	100	42
Dimension agrandie en cm	21	70	29,4

b) On doit le réduire à **70 %**

d) On doit le réduire **de 30 %**

e) Aire du document A3 → $42 \cdot 30 = 1260 \text{ cm}^2$ Aire du document A4 → $21 \cdot 29,4 = 617,4 \text{ cm}^2$

Aire d'origine en cm^2	1260	100
Aire du document réduit en cm^2	617,4	49

L'aire du document a été réduite de **51 %**