Exercice A *(Début difficile, à faire ensemble au tableau)*

Une pyramide a un volume de 3 litres. Sa base est un rectangle trois fois plus long que large ; et sa hauteur est aussi longue que la diagonale de sa base.

3 litres = 3000 cm³

Appelons x la largeur du rectangle de la base. Longueur du rectangle → 3x

Diagonale = $\sqrt{x^2 + (3x)^2} = \sqrt{x^2 + 9x^2} = \sqrt{10x^2} = \sqrt{10} \cdot x$ *(th. de Pythagore)*

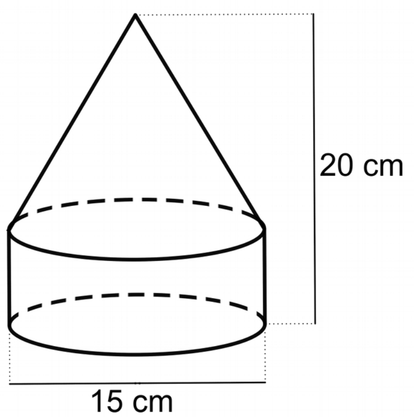
Volume de la pyramide = $\frac{1}{3} A_{base} \cdot h_{pyramide} = \frac{1}{3} \cdot x \cdot 3x \cdot \sqrt{10}\, x = \sqrt{10}\, x^3$

$$3000 = \sqrt{10}\, x^3 \rightarrow \frac{3000}{\sqrt{10}} = x^3 \rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{3000}{\sqrt{10}}} \simeq \sqrt[3]{948{,}68} \simeq 9{,}83\ cm$$

Hauteur = diagonale = $\sqrt{10} \cdot x \simeq \sqrt{10} \cdot 9{,}83 \simeq$ *31,07 cm.*

La hauteur de cette pyramide est d'environ 31,07 cm

Exercice B



Ce solide a un volume de 1700 cm³.

Appelons x la hauteur du cône en cm → $h_{cylindre} = 20 - x$

$V_{cylindre} = A_{disque} \cdot h_{cylindre} = \pi \cdot 7{,}5^2 \cdot (20 - x) =$
$= \pi \cdot 56{,}25 \cdot 20 - \pi \cdot 56{,}5 \cdot x$
$\simeq 3534{,}29 - 176{,}71\, x$

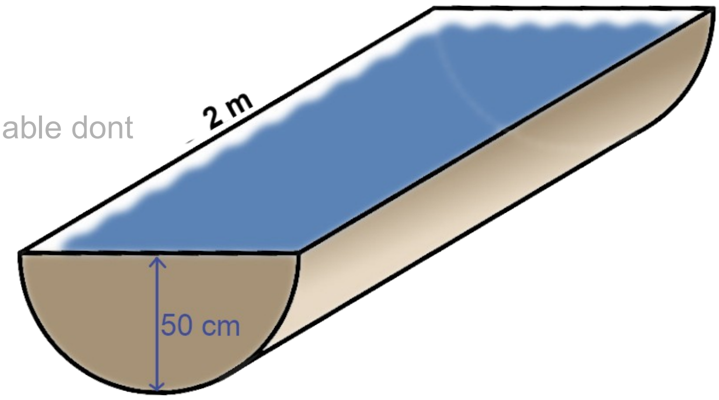
$$V_{cône} = \frac{1}{3} \cdot A_{disque} \cdot h_{cône} \simeq \frac{1}{3} \cdot 176{,}71 \cdot x \simeq 58{,}90\, x$$

$V_{solide} = V_{cône} + V_{cylindre} \simeq 58{,}9\, x + 3534{,}29 - 176{,}71\, x \simeq 3534{,}29 - 117{,}81x$

$\rightarrow 1700 \simeq 3534{,}29 - 117{,}81x \rightarrow 117{,}81\, x \simeq 1834{,}29 \rightarrow x \simeq 15{,}57\ cm$

Le cône a une hauteur d'environ 15,57 cm.

Exercice C



Parois de 2mm d'épaisseur, en acier inoxydable dont la masse volumique est de 8'020 kg/m³.

Robinet d'un débit de 15 l/min.

a) *2m = 20 dm* *50 cm = 5 dm*

$V_{cylindre} = A_{base} \cdot h_{cylindre} = \pi \cdot 5^2 \cdot 20 \simeq 1570{,}80\ dm^3$

$V_{abreuvoir} = V_{cylindre} : 2 \simeq 785{,}40\ dm^3 \simeq 785{,}40\ l$

$$d = \frac{V}{t} \Rightarrow t = \frac{V}{d} \simeq \frac{785{,}4}{15} \simeq 52{,}36\ min \simeq 52\ min\ et\ 22\ s$$

Il faudra environ 52,36 minutes pour le remplir.

b) $A_{disque} = \pi \cdot 5^2 \simeq 78{,}54\ dm^2$ *(Deux demi-disques ont la même que le disque entier)*

$P_{cercle} = 2 \cdot \pi \cdot 5 \simeq 31{,}42\ dm \rightarrow L_{arc\ de\ cercle} = P_{cercle} : 2 \simeq 15{,}71\ dm$

$A_{face\ latérale} = L_{arc\ de\ cercle} \cdot h_{cylindre} \simeq 15{,}71 \cdot 20 \simeq 314{,}16\ dm^2$

$A_{totale} = A_{disque} + A_{face\ latérale} \simeq 392{,}70\ dm^2 \simeq 3{,}927\ m^2$

Cet abreuvoir a une aire totale d'environ 3,927 m²

c) *2 mm = 0,002 m*

Cet abreuvoir pourrait être créé à partir d'un développement de 3,927 m².
Le métal employé a donc un volume d'environ $3{,}927 \cdot 0{,}002 \simeq 0{,}007854\ m^3$

$m = \rho \cdot V \simeq 8020 \cdot 0{,}007854 \simeq 62{,}99\ kg$

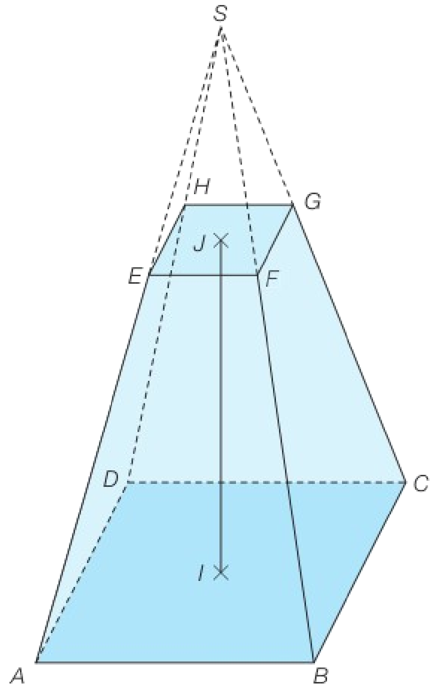
Cet abreuvoir a une masse, vide, d'environ 62,99 kg.

z) *Pour calculer l'aire du disque tronqué, on peut découper la partie correspondant au vide en deux triangles rectangles (de côté vertical de 1 dm et d'hypoténuse 5 dm) et en deux secteurs circulaire (d'angle* $90 - \cos^{-1}(0{,}2) = \sim 11{,}54\ °$*).*

Il y a 198,66 litres de moins par rapport à ras-bord. **Il faut donc 586,74 litres.**

Exercice D

IJ = 11 cm   AB = 8 cm   EF = 3 cm



a) $\frac{SJ}{SI} = \frac{EF}{AB}$ *(th. de Thalès)*

Appelons x la longueur de SJ → SI = x + 11

$\frac{x}{x+11} = \frac{3}{8}$ → *8x = 3 (x + 11) → 8x = 3x + 33*

→ 5x = 33 → x = 6,6 cm

SJ mesure 6,6 cm

b) $V_{petite\ pyramide} = \frac{1}{3} \cdot EF^2 \cdot SJ = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 6{,}6 = 19{,}8\ cm^3$

SI = 11 + 6,6 = 17,6 cm $V_{grande\ pyramide} = \frac{1}{3} \cdot AB^2 \cdot SI = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 17{,}6 = 375{,}4\overline{6}\ cm^3$

$V_{pyramide\ tronquée} = V_{grande\ pyramide} - V_{petite\ pyramide} = 355{,}\overline{6}\ cm^3$

Son volume est d'environ 355,67 cm³

c) *Appelons M le milieu de AB.* $IM = \sqrt{17{,}6^2 + 4^2} \simeq 18{,}05\ cm$ *(th. de Pythagore)*

$A_{SAB} = AB \cdot IM : 2 \simeq 72{,}20\ cm^2$

L'aire de SAB est d'environ 72,2 cm²

Exercice E

Yugi possède un objet en or massif, de la forme d'une pyramide régulière.

La base de cette pyramide régulière est un carré de 12 cm de côté.

Les autres arêtes de cette pyramide mesurent 14 cm. ρ_{or} = 19,3 g/cm³

Appelons ABCD la base de la pyramide et S le sommet principal de la pyramide.
Appelons O le milieu de la diagonale AC. (Ainsi, SO est la hauteur de la pyramide).

a) $AC = \sqrt{12^2 + 12^2} \simeq 16{,}97$ *cm (th. de Pythagore)* $\rightarrow OA \simeq 8{,}49$ *cm*

$SO = \sqrt{14^2 - OA^2} \simeq 11{,}14$ *cm (th. de Pythagore)*

La hauteur de cette pyramide est d'environ 11,14 cm.

b) $V = \frac{1}{3} \cdot AB^2 \cdot SO \simeq \frac{1}{3} \cdot 12^2 \cdot 11{,}14 \simeq 534{,}51\ cm^3$

$m = \rho \cdot V \simeq 10\,316\ g \simeq 10{,}316\ kg$

La masse de cette pyramide est d'environ 10,316 kg.

Exercice F

a) $3 \cdot 10^5$ *km en 1 s* $\rightarrow 60 \cdot 3 \cdot 10^5 = 180 \cdot 10^5$ *km en 1 min*
$\rightarrow 60 \cdot 180 \cdot 10^5 = 10800 \cdot 10^5 = 1{,}08 \cdot 10^4 \cdot 10^5$ *km* $= 1{,}08 \cdot 10^9$ *km en 1 h*

La vitesse de la lumière est de $1{,}08 \cdot 10^9$ *km/h*

La lumière provenant d'Andromède met 2,5 millions d'années à nous parvenir.

b) $2{,}5 \cdot 10^6$ *ans* $\rightarrow 365{,}25 \cdot 24 \cdot 2{,}5 \cdot 10^6 = 2{,}1915 \cdot 10^4 \cdot 10^6 = 2{,}1915 \cdot 10^{10}$ *heures*

$d = t \cdot v = 1{,}08 \cdot 10^9 \cdot 2{,}1915 \cdot 10^{10} = \sim 2{,}367 \cdot 10^{19}$ *km*

Nous sommes à $2{,}37 \cdot 10^{19}$ km d'Andromède.